

Ejercicio 2.6.

Si $A: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$ es ortogonal, entonces $\det A = \pm 1$.

Demostración. Siendo A ortogonal, la matriz asociada a la transformación $A^* \circ A$ es la matriz identidad, I_m , es decir, $A^* \circ A = I_m$. Esto implica que $\det(A^* \circ A) = 1$ y, por tanto,

$$(\det A)^2 = \det A \cdot \det A = \det A^* \cdot \det A = \det(A^* \circ A) = \det I_m = 1.$$

De esto resulta que $\det A = \pm 1$. ■